PŘIJÍMACÍ ZKOUŠKY VŠE vzor - řešení

1.

$$\frac{\left(7^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\cdot 7^{\frac{1}{2}}}{7^{\frac{2}{3}}}=\frac{7^{\frac{1}{6}}\cdot 7^{\frac{1}{2}}}{7^{\frac{2}{3}}}=7^{\frac{1}{6}+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}}=7^{\frac{1+3-4}{6}}=7^{0}=1$$

Za e) je správně

2.

$$\log_7 7^{\frac{1}{2}}-\log_7 7^{\frac{3}{4}}+\log_7 7^{\frac{5}{4}}=$$

$$=\frac{1}{2}-\frac{3}{4}+\frac{5}{4}=\frac{2-3+5}{4}=1$$

Za c) je správně

3.

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{2+x}=6^2$$

$$6^{-2-x}=6^2$$

$$-2-x=2$$

$$-x=4$$

$$x=-4$$

Rovnají-li se mocniny o stejných základech, rovnají se exponenty.

Zkouška:

$$L(-4)=\left(\frac{1}{6}\right)^{-2}=6^2=36=P(-4)$$

$$\underline{\underline{K=\{-4\}}}$$

Za e) je správně

4. Definice: $\log_a u = v \Leftrightarrow a^v = u$

$$\log_{16} 64 = v$$

$$16^v = 64$$

$$\left(2^4\right)^v = 2^6$$

$$4v = 6$$

$$\underline{\underline{v=\frac{3}{2}}}$$

Za a) je správně

5.

$$a_n=\frac{3n-8}{5}$$

a_{n+1} tvoříme tak, že do vyjádření nahrazujeme n závorkou $(n + 1)$

$$a_{n+1}=\frac{3(n+1)-8}{5}=\frac{3n+3-8}{5}=\underline{\underline{\frac{3n-5}{5}}}$$

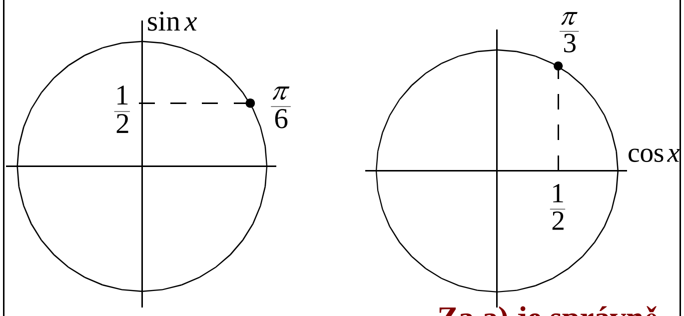
Za b) je správně

6.

$$\sin\frac{73}{6}\pi-\cos\frac{37}{3}\pi=$$

$$=\sin\left(\underbrace{\frac{72}{6}\pi}_{6\cdot 2\pi}+\frac{\pi}{6}\right)-\cos\left(\underbrace{\frac{36}{3}\pi}_{6\cdot 2\pi}+\frac{\pi}{3}\right)=$$

$$=\sin\frac{\pi}{6}-\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$$



Za a) je správně

7. 1. podm. vychází z definičního oboru logaritmu: $x > 0$

2. podm. vychází z definičního oboru odmocniny:

$$1-\log_6 x\geq 0$$

$$\log_6 x\leq 1$$

$$\log_6 x\leq \log_6 6$$

$$x\leq 6$$

Rovnají-li se logaritmy o stejných základech, rovnají se i jejich argumenty(využijeme i v nerovnosti)

$$\underline{\underline{D(f)=\left(0;6\right\rangle}}$$

Za c) je správně

8. $6^1 \cdot 6^x + 6^x - 7 = 0$

$$6y + y = 7$$
$$7y = 7$$
$$y = 1$$
$$6x = 1 = 6^0$$
$$\underline{\underline{x = 0}}$$

Zkouška:

$$L(0) = 6^1 + 6^0 - 7 = 6 + 1 - 7 = 0$$
$$= P(0) \qquad \underline{\underline{K = \{0\}}}$$

Za a) je správně

10. Nejprve si komplexní číslo upravíme na základní algebraický tvar $z = a + bi$

$$z = (1+3i)(2+2i) = 2 + 2i + 6i + \underbrace{6i^2}_{-6} = -4 + 8i$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{16+64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

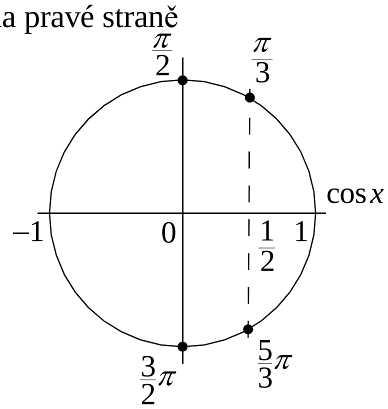
Za a) je správně

11.

$$2\cos^2 x - \cos x = 0$$

$\cos x(2\cos x - 1) = 0$......součinový tvar s nulou na pravé straně

$$\text{a) } \cos x = 0$$
$$x_{1k} = \frac{\pi}{2} + k\pi$$
$$\text{b) } \cos x = \frac{1}{2}$$
$$x_{2k} = \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$
$$x_{3k} = \frac{5}{3}\pi + 2k\pi$$



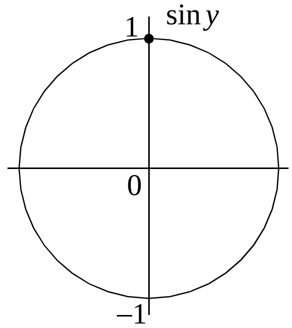
V intervalu $\left\langle 0; \frac{3}{2}\pi \right\rangle$ jsou tyto hodnoty: $\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}, \frac{3}{2}\pi$.

Za a) je správně

9.

Zavedeme substituci: $x - \frac{\pi}{4} = y \to \sin y = 1$

$$y_k = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$
$$x_k - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + 2k\pi$$
$$x_k = \frac{3}{4}\pi + 2k\pi$$



V intervalu $\langle 0; \pi \rangle$ jsou tyto kořeny: $\frac{3}{4}\pi$

Za b) je správně

12.

$$6^{\log_{\frac{1}{2}} x} = 6^{-2}$$
$$\log_{\frac{1}{2}} x = -2$$
$$x = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4$$

Zkouška: $L(4) = 6^{\log_{\frac{1}{2}} x} = 6^{-2} = \frac{1}{36} = P(4)$

$$\underline{\underline{K = \{4\}}}$$

Za d) je správně

13. Do vyjádření funkce nahradíme *x* závorkou ($a-2$) a dále pak závorkou ($a-1$)

$$f(a-2)=(a-2)^2-3(a-2)=$$
$$=a^2-4a+4-3a+6=a^2-7a+10$$
$$f(a-1)=(a-1)^2-3(a-1)=$$
$$=a^2-2a+1-3a+3=a^2-5a+4$$
$$f(a-2)-f(a-1)<2$$
$$a^2-7a+10-(a^2-5a+4)<2$$
$$a^2-7a+10-a^2+5a-4<2$$
$$-2a<-4$$
$$a>2 \qquad a\in(2;\infty)$$

Za c) je správně

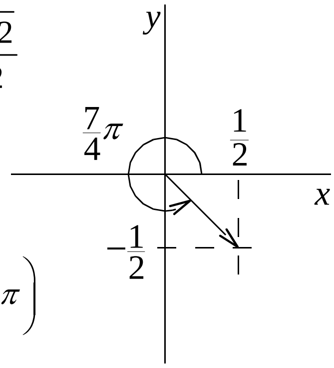
14. Komplexní číslo převedeme ze zlomku na tvar $a+bi$

Usměrnění: Násobíme zlomkem s hodnotou 1 tak, aby se ze jmenovatele odstranilo *i*!

$$z=\frac{5-4i}{9+i}\cdot\frac{9-i}{9-i}=\frac{45-5i-36i+\overbrace{4i^2}^{-4}}{81-\underbrace{i^2}_{-1}}$$

$$z=\frac{41-41i}{82}=\frac{41}{82}-\frac{41}{82}i=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$$

$$|z|=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{2}{4}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$z=\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{7}{4}+i\sin\frac{7}{4}\pi\right)$$

Za d) je správně

15.

$$f(x)=\left(\frac{m-3}{m-1}\right)^x$$

Funkce $y=a^x$ je rostoucí pro $a>1$

$\Rightarrow \frac{m-3}{m-1}>1$ nesmíme násobit výrazem (m – 1), nevíme, zda je kladný nebo záporný

a to by změnilo znaménko!

$$\frac{m-3}{m-1}-1>0$$
$$\frac{m-3-m+1}{m-1}>0$$
$$\frac{-2}{m-1}>0$$

Čitatel je záporný $\Rightarrow$ záporný musí být i jmenovatel

$$m-1<0$$
$$m<1$$
$$m\in(-\infty;1)$$

Za e) je správně